

Zadanie 1.

$$\frac{S_{n-1}}{n-1} \geq \frac{S_n}{n}$$

Mnożę obustronnie przez $n(n-1)$ i otrzymuję

$$nS_{n-1} \geq S_n(n-1)$$

$$n(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}) \geq (n-1)(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

po redukcji wyrazów podobnych dochodzimy do nierówności

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n a_n$$

Prawą stronę możemy zapisać jako $n a_n = a_n + a_n + \dots + a_n$ (składnik a_n jest dodany n razy)

Z treści zadania wynika że a_n jest mniejsze bądź równe a_1, a_2, \dots, a_{n-1} , więc nierówność

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n a_n$$

jest prawdziwa, a równość zachodzi kiedy $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.